

TT LTĐH THÀNH TÀI KỶ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015



Môn: Toán

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Đề thi thử lần 1

Câu 1: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Xác định m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau.

Câu 2: (1,0 điểm)

1. Giải phương trình: $3 - 4 \sin^2 2x = 2 \cos 2x (1 + 2 \sin x)$
2. Giải phương trình: $\log_x x^2 - 14 \log_{16x} x^3 + 40 \log_{4x} \sqrt{x} = 0.$

Câu 3: (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx.$

Câu 4: (1,0 điểm) (1,0 điểm) Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là : 1 kg , 2 kg , 3 kg , 4 kg , 5 kg , 6 kg , 7 kg , 8 kg . Chọn ngẫu nhiên 3 quả cân trong số đó . Tính xác suất để trọng lượng 3 quả cân được chọn không vượt quá 9 kg .

Câu 5: Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Tính diện tích mặt cầu. Tính thể tích khối cầu tương ứng.

Câu 6: (1,0 điểm) T

1. Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy Cho elip (E) : $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} = 1$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (E) biết d cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho $AO = 2BO$.

2. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ và

$$d_2 : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

- a. Xét vị trí tương đối của d_1 và d_2 .
- b. Tìm tọa độ các điểm M thuộc d_1 và N thuộc d_2 sao cho đường thẳng MN song song với mặt phẳng (P): $x - y + z = 0$ và độ dài $MN = \sqrt{2}$.

Câu 7: (1,0 điểm)

Câu 8: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 4 \\ x(x + y + 1) + y(y + 1) = 2 \end{cases}$$

Câu 9: (1,0 điểm) Cho x, y, z là ba số thỏa $x + y + z = 0$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{3+4^x} + \sqrt{3+4^y} + \sqrt{3+4^z} \geq 6$$

.....**HẾT**.....

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....
GV: Lê Sỹ Tài: 0907.615.900

ĐÁP SỐ

Câu 1: 2. Phương trình hoành độ giao điểm của

(d) : $y = 2x + m$ và (C) :

$$\frac{x+1}{x-1} = 2x + m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 & (1) \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{cases} \Delta = (m-3)^2 + 8(m+1) = (m+1)^2 + 16 > 0, \forall m \\ g(1) = -2 \neq 0, \forall m \end{cases}$$

\Rightarrow phương trình (1) luôn luôn có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Vậy (d) luôn luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B .

Gọi x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$) lần lượt hoành độ của A và B thì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1). Theo

định lí Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}(3-m)$

Tiếp tuyến $(\Delta_1), (\Delta_2)$ tại A, B có hệ số góc lần lượt là :

$$\text{Vì } y' = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow k_1 = y'(x_1) = \frac{-2}{(x_1-1)^2}, \quad k_2 = y'(x_2) = \frac{-2}{(x_2-1)^2}$$

$$(\Delta_1) // (\Delta_2) \Leftrightarrow k_1 = k_2 \Leftrightarrow \frac{-2}{(x_1-1)^2} = \frac{-2}{(x_2-1)^2} \Leftrightarrow (x_1-1)^2 = (x_2-1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 1 = x_2 - 1 \\ x_1 - 1 = -x_2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ (loại)} \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(3-m) = 2 \Leftrightarrow m = -1 .$$

Vậy, giá trị cần tìm là: $m = -1$.

Câu 2: 1. Biến đổi phương trình về dạng $2 \sin 3x(2 \sin x + 1) - (2 \sin x + 1) = 0$

Do đó nghiệm của phương trình là

$$x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}$$

2. Điều kiện: $x > 0; x \neq 2; x \neq \frac{1}{4}; x \neq \frac{1}{16}$.

Dễ thấy $x = 1$ là một nghiệm của pt đã cho

Với $x \neq 1$. Đặt $t = \log_x 2$ và biến đổi phương trình về dạng

$$\frac{2}{1-t} - \frac{42}{4t+1} + \frac{20}{2t+1} = 0$$

Giải ra ta được $t = \frac{1}{2}; t = -2 \Rightarrow x = 4; x = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy pt có 3 nghiệm $x = 1; x = 4; x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 3: Sử dụng công thức tích phân từng phần ta có

$$I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} x d\left(\frac{1}{\cos x}\right) = \frac{x}{\cos x} \Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} - \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos x} = \frac{4\pi}{3} - J, \text{ với } J = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos x}$$

Để tính J ta đặt $t = \sin x$. Khi đó

$$J = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos x} = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dt}{1-t^2} = -\frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| \Big|_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\ln \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{4\pi}{3} - \ln \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}.$$

Câu 4: Ta chọn ngẫu nhiên 3 quả cân trong 8 quả cân, nên kích thước không gian mẫu là:

$$|\Omega| = C_8^3 = 56.$$

Biến cố A: “Trọng lượng 3 quả cân được chọn không quá 9 kg”

Để được một kết quả thuận lợi của biến cố A, ta có thể chọn theo 7 phương án sau:

- + Chọn các quả cân có trọng lượng là: $\{1 \text{ kg}; 2 \text{ kg}; 3 \text{ kg}\}$.
- + Chọn các quả cân có trọng lượng là: $\{1 \text{ kg}; 2 \text{ kg}; 4 \text{ kg}\}$.
- + Chọn các quả cân có trọng lượng là: $\{1 \text{ kg}; 2 \text{ kg}; 5 \text{ kg}\}$.
- + Chọn các quả cân có trọng lượng là: $\{1 \text{ kg}; 2 \text{ kg}; 6 \text{ kg}\}$.
- + Chọn các quả cân có trọng lượng là: $\{1 \text{ kg}; 3 \text{ kg}; 4 \text{ kg}\}$.
- + Chọn các quả cân có trọng lượng là: $\{1 \text{ kg}; 3 \text{ kg}; 5 \text{ kg}\}$.

+ Chọn các quả cân có trọng lượng là : $\{2\text{ kg} ; 3\text{ kg} ; 4\text{ kg}\}$.

Nên $|\Omega_A| = 7$. Vậy xác suất cần tìm là : $P(A) = \frac{|\Omega|}{|\Omega_A|} = \frac{7}{56} = \frac{1}{8}$

Câu 5: * Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Gọi O là tâm của đáy, suy ra $SO \perp (ABCD)$ nên SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy $ABCD$ của hình chóp. Trong ΔSOB kẻ đường trung trực Mx của cạnh SB .

Gọi $Mx \cap SO = J \Rightarrow JA = JB = JC = JD = JS$

nên J là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $OB = hch_{(ABCD)}SB$

$$\Rightarrow (\overline{SB}, (ABCD)) = \overline{SBO} = 60^\circ$$

nên ΔSBD đều, có cạnh $BD = a\sqrt{2}$.
Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSBD

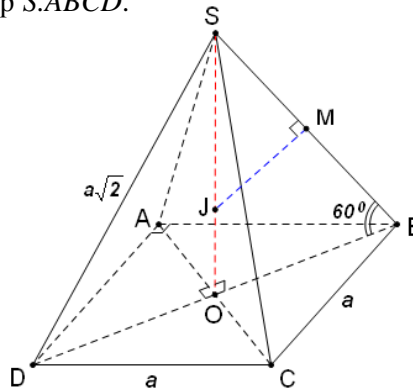
$$\text{Do đó } R = \frac{BD \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

* Tính diện tích mặt cầu.

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \frac{8\pi a^2}{3} \text{ (đvdt)}.$$

* Tính thể tích khối cầu tương ứng

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^3 = \frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27} \text{ (đvtt)}.$$



Câu 6:

Câu 7:

Câu 8:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 4 \\ x(x + y + 1) + y(y + 1) = 2 \end{cases} \text{ (I)}$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 4 \\ x^2 + y^2 + x + y + xy = 2 \Rightarrow xy = -2 \end{cases}$$

Ta có $S = x + y; P = xy \Rightarrow S^2 = x^2 + y^2 + 2xy \Rightarrow x^2 + y^2 = S^2 - 2P$

$$\text{Vậy (I)} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2 - 2P + S = 4 \\ S^2 - P + S = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = -2 \\ S = 0 \text{ hay } S = -1 \end{cases}$$

TH₁: $\begin{cases} S = x + y = 0 \\ P = xy = -2 \end{cases}$ vậy x, y là nghiệm của phương trình $X^2 + 0X - 2 = 0$

Vậy hệ có 2 nghiệm $\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$

TH₂: $\begin{cases} S = x + y = -1 \\ P = xy = -2 \end{cases}$ vậy x,y là nghiệm của phương trình $X^2 + X - 2 = 0$

$\Rightarrow X = 1$ hay $X = -2$. Vậy hệ có 2 nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ v $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Tóm lại hệ Pt (I) có 4 nghiệm $\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = -\sqrt{2} \end{cases}$ v $\begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$ v $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ v $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

CÁCH KHÁC (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 4 \\ x^2 + y^2 + x + y + xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 4 \\ xy = -2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x + y)^2 + x + y = 0 \\ xy = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \text{ hay } x + y = -1 \\ xy = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \text{ hay } x + y = -1 \\ xy = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ x^2 = 2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x + y = -1 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = -\sqrt{2} \end{cases} \text{ v } \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = \sqrt{2} \end{cases} \text{ v } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \text{ v } \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Câu 9: Ta có: $3 + 4^x = 1 + 1 + 1 + 4^x \geq 4\sqrt[4]{4^x}$

$$\Rightarrow \sqrt{3 + 4^x} \geq 2\sqrt[4]{4^x} = 2\sqrt[8]{4^x}.$$

$$\text{Tương tự } \sqrt{3 + 4^y} \geq 2\sqrt[4]{4^y} = 2\sqrt[8]{4^y}$$

$$\sqrt{3 + 4^z} \geq 2\sqrt[8]{4^z}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } \sqrt{3 + 4^x} + \sqrt{3 + 4^y} + \sqrt{3 + 4^z} &\geq 2\left[\sqrt[8]{4^x} + \sqrt[8]{4^y} + \sqrt[8]{4^z}\right] \\ &\geq 6\sqrt[3]{\sqrt[8]{4^x \cdot 4^y \cdot 4^z}} \geq 6\sqrt[24]{4^{x+y+z}} = 6 \end{aligned}$$